数　学・国　語 （100点 60分）

【注　意　事　項】

1　**試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出題科目	ペ ー ジ	選　択　方　法
数　　学	3 ～ 9	左の2科目のうちから1つを選択し、解答してください。(国語は裏表紙から①となります)
国　　語	③ ～ ㉒	

3　試験中に問題冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。**

※解答用紙の注意事項もよく読んでからマークしてください。

①　**氏名欄**

氏名を記入してください。

②　**解答科目欄**

解答する科目を一つ選んで（　　）内に記入し、さらにその下の ◯ にマークしてください。**マークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点**となります。

③　**受験番号欄**

受験番号の下3桁を記入し、さらにその下の ▢ に**マーク**してください。**正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。**

5　解答は、解答用紙の解答欄にマークしてください。例えば、 $\boxed{10}$ と表示のある問いに対して ⓒ と解答する場合は、次の（例）のように**解答番号**10の ⓒ にマークしてください。

（例）

解答番号	解　　答　　欄
10	ⓐ ⓑ ● ⓓ ⓔ ⓕ ⓖ ⓗ ⓘ ⓙ ⓚ ⓛ ⓜ ⓝ ⓞ

6　問題冊子の余白等は適宜利用してかまいません。

7　試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

数　学

解答箇所は $\boxed{1}$ から $\boxed{49}$ です。

<u>○すべての問題について、分数はそれ以上約分できない形で、根号の中の数はできるだけ小さい正の整数で答えなさい。</u>

問題 1. 以下の問いに答え、空欄 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{10}$ に、下のⓐ～ⓛのうち当てはまるものを 1 つずつ選びなさい。(ただし、重複して選択してもよい。)

空欄 $\boxed{11}$ 、 $\boxed{12}$ は、それぞれの問いの下の選択肢から選びなさい。

(1)　a を 0 以外の定数とし、x についての方程式 $a^2x-a^2=ax-3a$ を考える。

$a=-1$ のとき、この方程式の解は $x=\boxed{1}$ である。

$a=\boxed{2}$ のとき、この方程式の解は存在しない。

(2)　次の 5 つのデータ

a、10、11、13、b

において、平均値は 10、標準偏差は 6 である。ただし、a、b は $a<b$ を満たす整数の定数とし、平均値と標準偏差は四捨五入をしていない値である。

このとき、$a+b=\boxed{3}\boxed{4}$ であり、$a=\boxed{5}\boxed{6}$ である。

(3)　1 から 9 までの数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードの中から同時に 2 枚のカードを取り出す。取り出した 2 枚のカードに書かれた数の和が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{7}}{\boxed{8}}$ である。また、取り出した 2 枚のカードに書かれた数の和が偶数であるとき、取り出した 2 枚のカードに書かれた数の積が偶数である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{9}}{\boxed{10}}$ である。

ⓐ 0　ⓑ 1　ⓒ 2　ⓓ 3　ⓔ 4　ⓕ 5

ⓖ 6　ⓗ 7　ⓘ 8　ⓙ 9　ⓚ ＋　ⓛ －

(4)　0 でない 3 つの実数 a、b、c に関する 2 つの条件 p、q をそれぞれ

p：a と c は符号が異なる

q：x の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ は実数解をもつ

とする。このとき、p は q であるための $\boxed{11}$。

$\boxed{11}$ に当てはまる語句として最も適切なものを下の選択肢ⓐ〜ⓓのうちから 1 つ選びなさい。

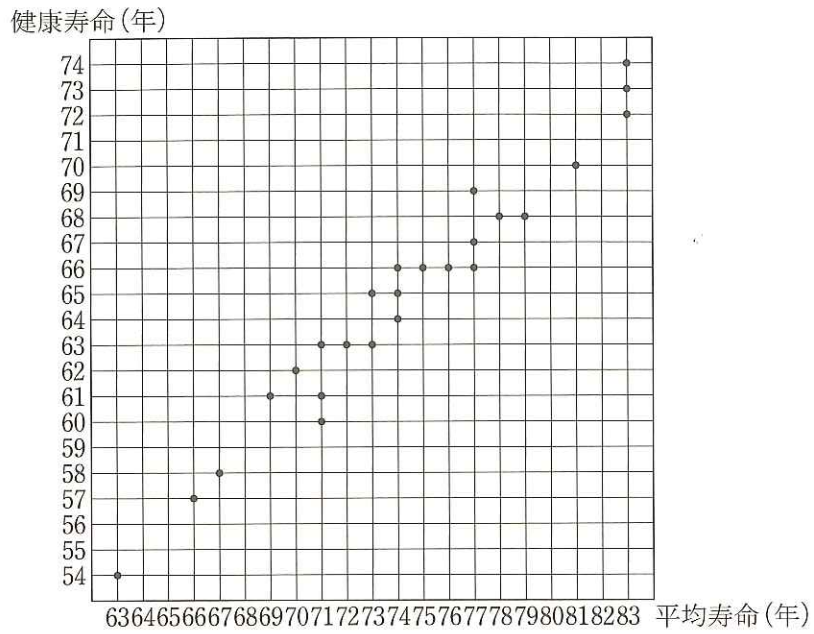
ⓐ 必要条件であるが十分条件でない

ⓑ 十分条件であるが必要条件でない

ⓒ 必要十分条件である

ⓓ 必要条件でも十分条件でもない

(5)　次の散布図は 2019 年におけるアジアの国々の平均寿命（出生時の平均余命）と健康寿命（健康に過ごせると期待される平均的な年数）の関係を表したものである。



〔WHO，Global Health Observatory より作成〕

この散布図から読み取れるものとして最も適切なものを下の選択肢ⓐ〜ⓓのうちから 1 つ選びなさい。$\boxed{12}$

ⓐ 「平均寿命」が最も長い国は「健康寿命」も最も長い国である。

ⓑ 「平均寿命」と「平均寿命と健康寿命の差」には強い正の相関関係がある。

ⓒ 「平均寿命と健康寿命の差」は、散布図上に示されたすべての国において 8 年以上 11 年以下である。

ⓓ 「平均寿命」が長い国ほど「平均寿命と健康寿命の差」が大きいのは、その国の医療が発達しているからである。

問題 2．以下の問いに答え、空欄 $\boxed{13}$ ～ $\boxed{21}$ に、下のⓐ～ⓛのうち当てはまるものを1つずつ選びなさい。（ただし、重複して選択してもよい。）

t を実数の定数とし、座標平面上での放物線 $C : y = x^2 - 2tx - t^2 + 4t - 1$ を考える。

(1)　放物線 C の頂点の座標は

$(t,\ -\boxed{13}\,t^2 + \boxed{14}\,t - \boxed{15})$

である。

放物線 C を x 軸の正の方向に -1 だけ平行移動して得られる放物線を $D : y = f(x)$ とし、$f(x)$ の $0 \leqq x \leqq 2$ における最大値を $M(t)$ とする。

(2)　$f(x) = x^2 - 2tx + \boxed{16}\,x - t^2 + \boxed{17}\,t$ である。

また、

$t \leqq \boxed{18}$ のとき　$M(t) = -t^2 - \boxed{19}\,t + \boxed{20}$

$t > \boxed{18}$ のとき　$M(t) = -t^2 + \boxed{21}\,t$

である。

ⓐ 0　ⓑ 1　ⓒ 2　ⓓ 3　ⓔ 4　ⓕ 5

ⓖ 6　ⓗ 7　ⓘ 8　ⓙ 9　ⓚ ＋　ⓛ －

問題 3．以下の問いに答え、空欄 $\boxed{22}$ ～ $\boxed{33}$ に、下のⓐ～ⓛのうち当てはまるものを1つずつ選びなさい。（ただし、重複して選択してもよい。）

$\mathrm{AB} = 4$、$\mathrm{BC} = 6$、$\sin\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ である三角形 ABC がある。ただし、$\angle\mathrm{ABC}$ は鈍角である。

(1)　三角形 ABC の面積は $\boxed{22}\sqrt{\boxed{23}\,\boxed{24}}$ である。

また、$\mathrm{AC} = \boxed{25}$ である。

辺 BC を 1：2 に内分する点を D とする。三角形 ABD の外接円と辺 AC の共有点のうち点 A と異なる点を E とする。

(2)　$\mathrm{CE} = \boxed{26}$ である。また、$\mathrm{DE} = \boxed{27}$ である。

直線 AB と直線 ED の交点を F とし、直線 AD と直線 FC の交点を G とする。

(3)　$\mathrm{FB} = \dfrac{\boxed{28}\,\boxed{29}}{\boxed{30}}$ である。また、三角形 CDG の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{31}\,\boxed{32}}}{\boxed{33}}$

である。

ⓐ 0　ⓑ 1　ⓒ 2　ⓓ 3　ⓔ 4　ⓕ 5

ⓖ 6　ⓗ 7　ⓘ 8　ⓙ 9　ⓚ ＋　ⓛ －

問題４．以下の問いに答え、空欄 $\boxed{34}$ ～ $\boxed{49}$ に、次のページのⓐ～ⓛのうち当てはまるものを１つずつ選びなさい。（ただし、重複して選択してもよい。）

太郎さんと花子さんは、６人でじゃんけんを１回したときに起こる事象の確率について話し合っている。

花子：じゃんけんには「グー」、「チョキ」、「パー」の３種類の手があるから、６人の手の出し方は、全部で $\boxed{34}\,\boxed{35}\,\boxed{36}$ 通りだね。

太郎：１人の勝者が決まるときを考えるには、誰が勝つかを決めたあと、その人が何の手で勝つかを決めればいいのではないかな。

花子：そう考えると、１回のじゃんけんで、１人の勝者が決まる確率は

$$\frac{\boxed{37}}{\boxed{38}\,\boxed{39}}$$ だね。

太郎：小さい確率だね。６人もいると、ほとんどあいこになってしまうのではないかな。

花子：あいこになる確率はどれくらいかな。

太郎：余事象に着目したらどうだろう。あいこにならない場合だから、勝負が決まる場合を考えてみようよ。

花子：例えば６人が「グー」または「パー」を出せば、勝負が決まるのではないかな。

太郎：１人が「グー」または「パー」を出す確率は $\frac{2}{3}$ だから、６人だと $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ の確率でそうなるね。

花子：でも、６人全員が「グー」を出したり、６人全員が「パー」を出すときは、あいこになってしまうよ。その２つの場合は除いておかなければならないね。

太郎：６人が「グー」または「パー」を出す場合を考えたけど、それ以外の種類の手の出し方でもいいよね。

花子：だから６人がじゃんけんをしてあいこになる確率は

$$1-\left(\frac{2^6-\boxed{40}}{3^6}\right)\times\boxed{41}$$

で計算できるね。

太郎：計算してみると、ずいぶん高い確率だね。たいていあいこになるわけだ。

効率よく勝者が決まる方法として、**少数派じゃんけん**を考えた。

少数派じゃんけん

- 少数派の手を出した人が勝者になる。
  （ただし、少数派の手を出した人とは、その種類の手を出した人数が、他の種類の手を出した人数未満である人とする）
- 少数派の手を出した人数が他の種類の手を出した人数と同数だった場合はあいことする。
- 全員が同じ手を出した場合はあいことする。

例えば、６人のうち、「グー」が２人、「パー」が４人であれば、「グー」を出した２人が勝者となる（通常のじゃんけんでは「パー」を出した４人が勝者となるが、手の意味ではなく人数を考える）。また、「グー」が１人、「チョキ」が１人、「パー」が４人であれば、「グー」と「チョキ」が１人ずつであるからあいことなる。

太郎：勝者が２人になるのは、６人の出す手が２種類で、２人と４人に分かれたときだけだね。

花子：だから、１回の**少数派じゃんけん**で２人の勝者が決まる確率は

$$\frac{\boxed{42}\,\boxed{43}}{\boxed{44}\,\boxed{45}}$$ だよ。

太郎：１回の**少数派じゃんけん**で１人の勝者が決まる場合はもう少し複雑だね。

花子：そうね。計算してみると、確率は $\frac{\boxed{46}\,\boxed{47}}{\boxed{48}\,\boxed{49}}$ になったよ。

太郎：１回の**少数派じゃんけん**で３人以上の勝者が決まることはないから、勝者が１人または２人に決まる場合の余事象があいこになるときだね。

花子：通常のじゃんけんよりもずいぶんあいこになりにくくなったね。

ⓐ ０　ⓑ １　ⓒ ２　ⓓ ３　ⓔ ４　ⓕ ５

ⓖ ６　ⓗ ７　ⓘ ８　ⓙ ９　ⓚ ＋　ⓛ －